

*Anatocismo e usura nei contratti bancari
Profili civilistici alla ricerca di un linguaggio
comune tra matematica e diritto*



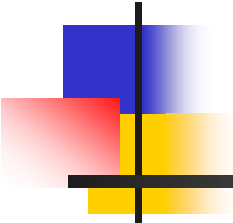
Marina di Carrara, 29 marzo 2019

Antonio Annibali Carla Barracchini

*La scienza matematica e l'accertamento anatocistico
nei piani di ammortamento 'alla francese'*

*Antonio e Alessandro Annibali, Carla Barracchini, Francesco Olivieri
www.attuariale.eu*

Nel piano di ammortamento "alla francese" stilato in base al regime finanziario della capitalizzazione composta (CC), le quote interessi sono calcolate secondo il regime della capitalizzazione semplice (CS) oppure della capitalizzazione composta (CC)?



Una risposta scientifica al problema mediante una verifica numerica e una dimostrazione algebrica

*Antonio e Alessandro Annibali, Carla Barracchini, Francesco Olivieri
www.attuariale.eu*



Premessa

Si riportano di seguito alcune sentenze nelle quali (in forma diretta o indiretta) viene affermato (in carenza di dimostrazione algebrica, più precisamente: viene congetturato) che nel piano di ammortamento "alla francese", stilato in base alle leggi del regime finanziario della capitalizzazione composta, le quote interessi sono invece calcolate secondo il regime della capitalizzazione semplice.

Il regime finanziario della capitalizzazione composta è caratterizzato da leggi scindibili, che comportano la capitalizzazione degli interessi precedentemente maturati, contrario, il regime finanziario della capitalizzazione semplice è caratterizzato da leggi additive, che comportano la non capitalizzazione (la sola contabilizzazione) di tali precedenti interessi



Sentenza (1/9)

Tribunale di Benevento - 19 novembre 2012 **Giudice Antonietta Genovese**

*"Il principio dell'interesse composto non provoca tuttavia alcun fenomeno fenomeno anatocistico nel conteggio degli interessi contenuti in ogni ogni singola rata". "Il metodo **non implica alcuna capitalizzazione degli interessi**, poiché gli interessi vengono calcolati unicamente sulla **quota capitale** via via decrescente e per il periodo corrispondente a quello di ciascuna rata".*

*"Va peraltro rilevato che, secondo gli **studiosi della materia**, nei prestiti prestiti con rimborso graduale del capitale si registra un **fenomeno di fenomeno di segno inverso** rispetto a quanto si verifica in regime di capitalizzazione".*



Sentenza (2/9)

Tribunale di Isernia - 17 marzo 2014
Giudice Oreste De Angelis

*"E la rata ingloba interessi, **semplici (non composti)**, sempre calcolati, calcolati, al tasso nominale, sul residuo capitale da restituire. Quel che è vero è che, nell'ammortamento alla francese, l'ammontare degli interessi è maggiore rispetto ad un ammortamento del capitale **per quote uguali**".*

*"Il CTU ha rilevato che la formula matematica in questo caso utilizza la legge di **sconto composto**, ma unicamente al fine di individuare la quota capitale da restituire in ciascuna delle rate prestabilite, mentre non va ad incidere sul separato conteggio degli interessi, che nel piano l'ammortamento alla francese risponde alle **regole dell'interesse semplice**".*



Sentenza (3/9)

Tribunale di Milano - 5 maggio 2014
Giudice Laura Cosentini

*"il CTU ha rilevato che la formula matematica in questo caso utilizza la legge di **sconto composto**, ma unicamente al fine di individuare la quota capitale da restituire in ciascuna delle rate prestabilite, mentre **non va ad incidere sul separato conteggio degli interessi**, che nel piano di ammortamento alla francese risponde alle regole dell'**interesse semplice**".*

*"Il CTU ha concluso affermando che le quote di interessi periodali sono state calcolate mediante la legge de l'**interesse semplice** e non vi è stata capitalizzazione degli interessi nella definizione degli elementi del piano di ammortamento".*



Sentenza (4/9)

Tribunale di Torino - 17 settembre 2014 **Giudice Enrico Astuni**

"La previsione di un piano di rimborso del mutuo graduale – in particolare particolare con rata fissa costante (cd ammortamento alla francese) - non francese) - non comporta alcuna violazione dell'art. 1283 c.c. per i tre i tre motivi:

*1) gli interessi di periodo vengono calcolati sul solo capitale residuo, 2) alla residuo, 2) alla scadenza della rata gli **interessi maturati non vengono vengono capitalizzati**, ma sono pagati come quota interessi della rata di rimborso del mutuo,..*

*3) visto che la rata paga, oltre agli interessi sul capitale a scadere, anche la scadere, anche la quota del debito in linea capitale ... si verifica un un **fenomeno inverso rispetto alla capitalizzazione.**"*



Sentenza (5/9)

Tribunale di Venezia - 27 novembre 2014
Giudice Manuela Farini

*"Il metodo di ammortamento a rate costanti cosiddetto alla francese non francese non dà luogo di per sé all'anatocismo. ...tale metodo **non implica** **implica affatto una capitalizzazione degli interessi**, essendo questi calcolati unicamente sulla **quota di capitale** via via decrescente".*

*"Né può sostenersi che si sia in presenza di un interesse "composto" per il "composto" per il solo rilievo fattuale che il metodo di ammortamento **alla** ammortamento **alla francese** determina un maggior onere di interessi interessi rispetto al piano di ammortamento **all'italiana** che si fonda sulle fonda sulle rate a capitale costante".*



Sentenza (6/9)

Tribunale di Treviso - 12 novembre 2015
Giudice Andrea Cambi

*"Deve infatti escludersi che nell'ammortamento con rata costante e rimborso graduale del capitale vi possa essere l'applicazione di interessi anatocistici, in quanto tale fenomeno può sussistere e **si avrebbe avrebbe interesse composto**, soltanto se gli **interessi maturati** sul debito in un certo periodo **si aggiungessero al capitale**, andando a costituire la base di calcolo, ossia il capitale produttivo di interessi, del , del periodo successivo e così via".*



Sentenza (7/9)

Tribunale di Padova - 12 gennaio 2016
Giudice Giorgio Bertola

*"E' pur vero che per la determinazione della rata periodica nell'ammortamento francese viene utilizzata la formula della **capitalizzazione composta**, ma, ciò **non ha alcun effetto nella determinazione della quota interessi**".*

*"L'utilizzo della **formula della capitalizzazione composta** per determinare la rata **non è strettamente necessario** per costruire il piano d'ammortamento. Predeterminati, infatti, l'importo del prestito e della rata e il tasso applicato, sono calcolati la quota interessi e interessi e la durata del prestito, pur sempre mediante applicazione della applicazione della formula dell'**interesse semplice**".*



Sentenza (8/9)

Tribunale di Torino - 27 aprile 2016
Giudice Enrico Astuni

*Il metodo "alla francese" comporta che gli interessi vengano calcolati calcolati unicamente sulla **quota capitale** via via decrescente e per il il periodo corrispondente a quello di ciascuna rata e non anche sugli sugli interessi pregressi. Nel sistema progressivo ciascuna rata comporta la comporta la liquidazione ed il **pagamento** di tutti (ed unicamente de) gli de) gli interessi dovuti per il periodo cui la rata stessa si riferisce.*

*Ciò **non comporta tuttavia capitalizzazione degli interessi**, atteso che gli interessi conglobati nella rata successiva sono a loro volta calcolati calcolati unicamente sulla residua **quota di capitale**, ovvero sia sul capitale originario detratto l'importo già pagato con le rate precedenti". precedenti".*



Sentenza (9/9)

Tribunale di Bologna – 06 marzo 2018 **Giudice Alessandra Arceri**

*Come noto, il sistema di ammortamento "alla francese" prevede il pagamento, da parte del mutuatario, di una rata (**tendenzialmente**) (**tendenzialmente**) fissa, in cui la quota interessi risulta **decrescente** e **decrescente** e con un meccanismo inverso, cresce la quota capitale. Il meccanismo **non produce una capitalizzazione degli interessi**, poiché questi vengono comunque calcolati sulla **quota di capitale** via via via decrescente per il periodo corrispondente a quello di ciascuna rata. Questo Tribunale si è ripetutamente occupato, ritenendo che il maggior ammontare degli interessi **non dipenda da da capitalizzazione composta**, ma dalla differente costruzione della composizione delle rate rispetto al mutuo con piano di **ammortamento** **ammortamento all'italiana**.*



Piano di ammortamento: Esempio

Esempio di piani di ammortamento di un mutuo:

- *importo iniziale del prestito* $D_0 = 100000$
- *durata dell'ammortamento (in anni)* $\beta = 13$
- *frazionamento (annuo) delle rate* $m = 1$
- *numero delle rate* $n = \beta m = 13$
- *tasso nominale (periodale/effettivo) d'interessi* $i = 10\%$

Piani di ammortamento "alla francese": completi o modificati (con eliminazione di alcune rate), nelle seguenti situazioni:

piano in CC con quote interessi calcolate in CC: (CC/CC)

piano in CC con quote interessi calcolate in CS: (CC/CS)

piano in CS con quote interessi calcolate in CC: (CS/CC)

piano in CS con quote interessi calcolate in CS: (CS/CS)



Piano di ammortamento: "realistico"

Dati per piani di ammortamento di un mutuo:

- *importo iniziale del prestito* $D_0 = 100000$
- *durata dell'ammortamento (in anni)* $\beta = 10$
- *frazionamento (mensile) delle rate* $m = 12$
- *numero delle rate (mensili)* $n = \beta m = 120$
- *tasso nominale annuo d'interesse con convertibilità mensile* $(m=12)$

$$i(12) = 12\%$$

- *tasso effettivo mensile d'interesse* $i = i(12)/12 = 1\%$

- *Unità di periodo temporale ($t=1$) è il mese*

- *Nel prosieguo si suppone che le rate siano annuali con tasso $i = 10\%$ effettivo annuale*



Piani 1 di ammortamento: (CC/CC-CS)

Piani 1 - Piani di ammortamento in CC con quote interessi calcolate in CC e CS

$$R = \frac{D_0}{a_{\bar{n}|i}} = \frac{D_0}{\sum_{k=1}^n (1+i)^{-k}} = \frac{D_0 i}{1 - (1+i)^{-n}} = \frac{100000}{7.103356} = 14077.85$$

$$TaxCC_k = (1+i)^1 - 1 = i = 10\% \quad , \quad TaxCS_k = 1 \cdot i = i = 10\% \quad k = 1, 2, \dots, n$$

$$IntC\#_k = DebC\#_{k-1} i \quad k = 1, 2, \dots, n$$

$$CapC\#_k = R - IntC\#_k \quad k = 1, 2, \dots, n$$

$$DebC\#_k = DebC\#_{k-1} - CapC\#_k \quad k = 1, 2, \dots, n$$

Piani 1 di ammortamento: (CC/CC-CS)

Piani 1 - Piani di ammortamento in CC con quote interessi calcolate in CC e CS

F1

t	Rata CC	Tasso CC	Int CC	Capitale	Debito
0					100000.00
1	14077.85	10.00%	10000.00	4077.85	95922.15
2	14077.85	10.00%	9592.21	4485.64	91436.51
3	14077.85	10.00%	9143.65	4934.20	86502.31
4	14077.85	10.00%	8650.23	5427.62	81074.69
5	14077.85	10.00%	8107.47	5970.38	75104.30
6	14077.85	10.00%	7510.43	6567.42	68536.88
7	14077.85	10.00%	6853.69	7224.16	61312.72
8	14077.85	10.00%	6131.27	7946.58	53366.14
9	14077.85	10.00%	5336.61	8741.24	44624.90
10	14077.85	10.00%	4462.49	9615.36	35009.54
11	14077.85	10.00%	3500.95	10576.90	24432.64
12	14077.85	10.00%	2443.26	11634.59	12798.05
13	14077.85	10.00%	1279.80	12798.05	0.00
	Rata CC	$(1+i)^{(\Delta t)}-1$	Int CC		

t	Rata CC	Tasso CS	Int CS	Capitale	Debito
0					100000.00
1	14077.85	10.00%	10000.00	4077.85	95922.15
2	14077.85	10.00%	9592.21	4485.64	91436.51
3	14077.85	10.00%	9143.65	4934.20	86502.31
4	14077.85	10.00%	8650.23	5427.62	81074.69
5	14077.85	10.00%	8107.47	5970.38	75104.30
6	14077.85	10.00%	7510.43	6567.42	68536.88
7	14077.85	10.00%	6853.69	7224.16	61312.72
8	14077.85	10.00%	6131.27	7946.58	53366.14
9	14077.85	10.00%	5336.61	8741.24	44624.90
10	14077.85	10.00%	4462.49	9615.36	35009.54
11	14077.85	10.00%	3500.95	10576.90	24432.64
12	14077.85	10.00%	2443.26	11634.59	12798.05
13	14077.85	10.00%	1279.80	12798.05	0.00
	Rata CC	$i*(\Delta t)$	Int CS		

□

Piani 1 di ammortamento: (CC/CC-CS)

I piani 1 (numericamente coincidenti) verificano la condizione finale di chiusura sia con quote interessi calcolate in CC che in CS, per l'ovvia ragione che i rispettivi tassi d'interesse sono coincidenti (essendo riferiti a tempi unitari, nei quali le funzioni dei due regimi finanziari coincidono). Tale coincidenza delle quote interessi, pur essendo le rate di ammortamento calcolate in CC, non permette di affermare se l'effetto (algoritmo di calcolo delle quote interessi) sia conseguenza esclusiva dell'una causa del regime della CC) oppure, come avviene in talune sentenze o CTP, dell'altra causa (adozione del regime della CS). Tale impossibilità logica di deduzione può essere superata, generalizzando il problema e azzerando, ad esempio, alcune rate (nell'esempio rate ai tempi 4, 8 e 9), ottenendo due piani di ammortamento, nei quali risulta evidente la differenziazione del calcolo di tali quote interessi.



Piani 2 di ammortamento: (CC/CC-CS)

Piani 2 - Piani di ammortamento modificati (eliminazione di alcune rate) in CC con quote interessi calcolate in CC e CS

$$R = \frac{D_0}{\sum_{k=1}^n sw_k(1+i)^{-k}} = \frac{100000}{5.529738} = 18084.04$$

$$TaxCC_k = (1+i)^1 - 1 = i \quad , \quad TaxCS_k = 1 \cdot i = i \quad \quad k = 1, 2, 3$$

$$TaxCC_5 = (1+i)^2 - 1 = 2i + i^2 = 21\% \quad , \quad TaxCS_5 = 2 \cdot i = 2i = 20\%$$

$$TaxCC_k = (1+i)^1 - 1 = i \quad , \quad TaxCS_k = 1 \cdot i = i \quad \quad k = 6, 7$$

$$TaxCC_{10} = (1+i)^3 - 1 = 3i + 3i^2 + i^3 = 33.1\% \quad , \quad TaxCS_{10} = 3 \cdot i = 3i = 30\%$$

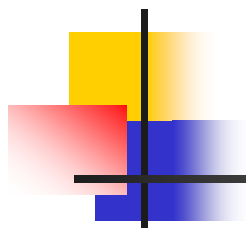
$$TaxCC_k = (1+i)^1 - 1 = i \quad , \quad TaxCS_k = 1 \cdot i = i \quad \quad k = 11, 12, 13$$

Piani 2 di ammortamento: (CC/CC-CS)

Piani 2 - Piani di ammortamento in CC modificati (eliminazione di alcune rate) con quote interessi calcolate in CC e CS

Sw	t	t	Rata CC	Tasso CC	Int CC	Capitale	Debito	t	Rata CC	Tasso CS	Int CS	Capitale	Debito
	0	0					100000.00	0					100000.00
1	1	1	18084.04	10.00%	10000.00	8084.04	91915.96	1	18084.04	10.00%	10000.00	8084.04	91915.96
1	2	2	18084.04	10.00%	9191.60	8892.44	83023.52	2	18084.04	10.00%	9191.60	8892.44	83023.52
1	3	3	18084.04	10.00%	8302.35	9781.69	73241.83	3	18084.04	10.00%	8302.35	9781.69	73241.83
0	4	3	0.00	0.00%	0.00	0.00	73241.83	3	0.00	0.00%	0.00	0.00	73241.83
1	5	5	18084.04	21.00%	15380.78	2703.26	70538.57	5	18084.04	20.00%	14648.37	3435.67	69806.15
1	6	6	18084.04	10.00%	7053.86	11030.18	59508.39	6	18084.04	10.00%	6980.62	11103.43	58702.73
1	7	7	18084.04	10.00%	5950.84	12133.20	47375.19	7	18084.04	10.00%	5870.27	12213.77	46488.96
0	8	7	0.00	0.00%	0.00	0.00	47375.19	7	0.00	0.00%	0.00	0.00	46488.96
0	9	7	0.00	0.00%	0.00	0.00	47375.19	7	0.00	0.00%	0.00	0.00	46488.96
1	10	10	18084.04	33.10%	15681.19	2402.85	44972.33	10	18084.04	30.00%	13946.69	4137.35	42351.61
1	11	11	18084.04	10.00%	4497.23	13586.81	31385.52	11	18084.04	10.00%	4235.16	13848.88	28502.73
1	12	12	18084.04	10.00%	3138.55	14945.49	16440.04	12	18084.04	10.00%	2850.27	15233.77	13268.96
1	13	13	18084.04	10.00%	1644.00	16440.04	0.00	13	18084.04	10.00%	1326.90	16757.14	-3488.18
10			Rata CC	$(1+i)^{(\Delta t)-1}$	Int CC				Rata CC	$i^{*}(\Delta t)$	Int CS		

Piani 2 di ammortamento: (CC/CC-CS)



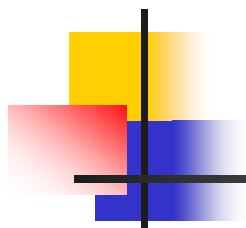
I piani 2 sono una esemplificazione del caso generale, del quale i piani 1 costituiscono un caso "pericolosamente" particolare, e verificano la condizione finale di chiusura soltanto se le quote interessi sono calcolate in CC. Tale situazione, in presenza di rate di ammortamento calcolate anch'esse in CC, porta a poter affermare che l'effetto "algoritmo di calcolo delle quote interessi" (presente distintamente nei piani 2, e, in maniera indistinguibile, nei piani 1) è stretta conseguenza della sola causa "adozione del regime della CC" e non già dell'altra causa "adozione del regime CS".

L'affermazione algebricamente corretta risulta: "nell'ammortamento di un prestito 'alla francese' stilato secondo le leggi del regime finanziario della capitalizzazione composta, le quote interessi debbono essere necessariamente calcolate secondo tale regime finanziario (CC/CC)".

Piani 2 di ammortamento: (CC/CC-CS)

L'affermazione, presente in molteplici sentenze o CTU e CTP, in forma di congettura e senza alcuna dimostrazione: «le quote interessi sono calcolate in capitalizzazione semplice» (in talune occasioni accompagnata dalla inconciliabile precisazione "anche se le rate di ammortamento sono calcolate in capitalizzazione composta") costituisce un palese errore di logica matematica, che potrebbe essere sanato adeguatamente lettura del classico testo "A system of logic" (1843 – Ed. Harper & Bros 1882) del filosofo ed economista britannico John Stuart Mill (disponibile nell'edizione italiana "Sistema di logica deduttiva e induttiva" – Ed. UTET 1988).

Piani 2 di ammortamento: (CC/CC-CS)



Essendo chiaro che, poiché l'affermazione algebricamente corretta dovrebbe essere "nell'ammortamento di un prestito 'alla francese' stilato secondo le leggi del regime finanziario della capitalizzazione composta, anche le quote interessi debbono essere calcolate secondo tale regime finanziario (CC/CC)", risulta evidente come un'affermazione algebricamente errata del tipo "nell'ammortamento di un prestito 'alla francese' stilato secondo le leggi del regime finanziario della capitalizzazione composta, le quote interessi sono calcolate secondo il regime finanziario della capitalizzazione semplice (CC/CS)" costituisca il presupposto di decisioni e conseguenti determinazioni errate dal punto di vista logico e comunque opposte a quelle alle quali si sarebbe potuto con considerazioni suffragate da dimostrazioni matematiche.



Piani di ammortamento: (CC/CC-CS)

Un completamento di quanto esposto può realizzarsi, effettuando i precedenti sviluppi con riguardo a piani di ammortamento stilati nel regime finanziario della capitalizzazione semplice [#], con epoca di equivalenza finanziaria al tempo finale del periodo d'ammortamento.

[#] - Riferimenti bibliografici:

Annibali Antonio e Alessandro, Barracchini Carla, Olivieri Francesco – "Rivisitazione del modello di calcolo dell'ammortamento di un mutuo "alla francese" in capitalizzazione semplice",

Rivista: Le controversie Bancarie, Attualità di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici, anno II, num. 10, giu 2018 ISSN 2611-0083 e "Rivisitazione ... Complementi", Rivista: Le controversie Bancarie anno II num 11 e seguenti 2018 ISSN 2611-0083



Piani 3 di ammortamento: (CS/CC-CS)

Piani 3 - Piani di ammortamento in CS con quote interessi calcolate in CC e CS

$$R = \frac{D_0}{a_{\frac{cs}{n}|i}} = \frac{D_0 r_n^{cs}}{s_{\frac{cs}{n}|i}} = \frac{D_0(1+in)}{\sum_{k=1}^n (1+ik)} = \frac{D_0(1+in)}{n \left(1 + \frac{n-1}{2}i\right)} = \frac{100000}{9.043478} = 11057.69$$

$$TaxCC_k = (1+i)^k - 1 = i = 10\% \quad , \quad TaxCS_k = 1 \cdot i = i = 10\% \quad k = 1, 2, \dots, n$$

$$IntC\#_k = \frac{DebC\#_{k-1}i}{1 + (n-k)i} \quad k = 1, 2, \dots, n$$

$$CapC\#_k = R - IntC\#_k \quad k = 1, 2, \dots, n$$

$$DebC\#_k = DebC\#_{k-1} - CapC\#_k \quad k = 1, 2, \dots, n$$

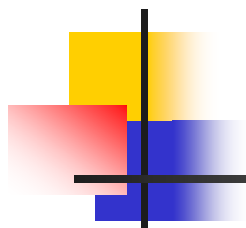
Piani 3 di ammortamento: (CS/CC-CS)

Piani 3 - Piani di ammortamento in CS con quote interessi calcolate in CC e CS

t	Rata CS	Tasso CC	Int CC	Capitale	Debito
0					100000.00
1	11057.69	10.00%	4545.45	6512.24	93487.76
2	11057.69	10.00%	4451.80	6605.89	86881.87
3	11057.69	10.00%	4344.09	6713.60	80168.27
4	11057.69	10.00%	4219.38	6838.31	73329.96
5	11057.69	10.00%	4073.89	6983.81	66346.15
6	11057.69	10.00%	3902.71	7154.98	59191.18
7	11057.69	10.00%	3699.45	7358.24	51832.93
8	11057.69	10.00%	3455.53	7602.16	44230.77
9	11057.69	10.00%	3159.34	7898.35	36332.42
10	11057.69	10.00%	2794.80	8262.89	28069.53
11	11057.69	10.00%	2339.13	8718.57	19350.96
12	11057.69	10.00%	1759.18	9298.51	10052.45
13	11057.69	10.00%	1005.24	10052.45	0.00
	Rata CS	$(1+i)^{(\Delta t)}-1$	Int CC		

t	Rata CS	Tasso CS	Int CS	Capitale	Debito
0					100000.00
1	11057.69	10.00%	4545.45	6512.24	93487.76
2	11057.69	10.00%	4451.80	6605.89	86881.87
3	11057.69	10.00%	4344.09	6713.60	80168.27
4	11057.69	10.00%	4219.38	6838.31	73329.96
5	11057.69	10.00%	4073.89	6983.81	66346.15
6	11057.69	10.00%	3902.71	7154.98	59191.18
7	11057.69	10.00%	3699.45	7358.24	51832.93
8	11057.69	10.00%	3455.53	7602.16	44230.77
9	11057.69	10.00%	3159.34	7898.35	36332.42
10	11057.69	10.00%	2794.80	8262.89	28069.53
11	11057.69	10.00%	2339.13	8718.57	19350.96
12	11057.69	10.00%	1759.18	9298.51	10052.45
13	11057.69	10.00%	1005.24	10052.45	0.00
	Rata CS	$i^{(\Delta t)}$	Int CS		

Piani 3 di ammortamento: (CS/CC-CS)



Per i piani 3 valgono le considerazioni svolte per i piani 1, salvo il fatto che le rate di ammortamento sono calcolate in CS e le quote interessi risultano attualizzate (cfr. già citati riferimenti Annibali Antonio e Alessandro, Barracchini Carla, Olivieri Francesco – "Rivisitazione del modello di calcolo dell'ammortamento di un mutuo "alla francese" in capitalizzazione semplice", Rivista: Le controversie Bancarie, di Giurisprudenza, Dottrina e casi pratici, anno II, num. 10, giu 2018 ISSN 2611-0083 e "Rivisitazione ... Complementi", Rivista: Le controversie Bancarie, anno II, num. 11 e seguenti, 2018 ISSN 2611-0083 .

Generalizzando il problema e azzerando le già citate rate (relative ai tempi 4, 8 e 9), si ottengono due piani di ammortamento nei quali risulta evidente la differenziazione presente nel calcolo delle quote interessi.



Piani 4 di ammortamento: (CS/CC-CS)

Piani 4 - Piani di ammortamento in CS modificati (con eliminazione di alcune rate) con quote interessi calcolate in CC e CS

$$R = \frac{D_0(1 + in)}{\sum_{k=1}^n sw_k(1 + ik)} = \frac{100000}{6.956522} = 14375.00$$

$$TaxCC_k = (1 + i)^1 - 1 = i \quad , \quad TaxCS_k = 1 \cdot i = i \quad \quad k = 1, 2, 3$$

$$TaxCC_5 = (1 + i)^2 - 1 = 2i + i^2 = 21\% \quad , \quad TaxCS_5 = 2 \cdot i = 2i = 20\%$$

$$TaxCC_k = (1 + i)^1 - 1 = i \quad , \quad TaxCS_k = 1 \cdot i = i \quad \quad k = 6, 7$$

$$TaxCC_{10} = (1 + i)^3 - 1 = 3i + 3i^2 + i^3 = 33.1\% \quad , \quad TaxCS_{10} = 3 \cdot i = 3i = 30\%$$

$$TaxCC_k = (1 + i)^1 - 1 = i \quad , \quad TaxCS_k = 1 \cdot i = i \quad \quad k = 11, 12, 13$$

Piani 4 di ammortamento: (CS/CC-CS)

Piani 4 - Piani di ammortamento in CS modificati (con eliminazione di alcune rate) con quote interessi calcolate in CC e CS

Sw	t	t	Rata CS	Tasso CC	Int CC	Capitale	Debito	t	Rata CS	Tasso CS	Int CS	Capitale	Debito
	0	0					100000.00	0					100000.00
1	1	1	14375.00	10.00%	4545.45	9829.55	90170.45	1	14375.00	10.00%	4545.45	9829.55	90170.45
1	2	2	14375.00	10.00%	4293.83	10081.17	80089.29	2	14375.00	10.00%	4293.83	10081.17	80089.29
1	3	3	14375.00	10.00%	4004.46	10370.54	69718.75	3	14375.00	10.00%	4004.46	10370.54	69718.75
0	4	3	0.00	0.00%	0.00	0.00	69718.75	3	0.00	0.00%	0.00	0.00	69718.75
1	5	5	14375.00	21.00%	8133.85	6241.15	63477.60	5	14375.00	20.00%	7746.53	6628.47	63090.28
1	6	6	14375.00	10.00%	3733.98	10641.02	52836.58	6	14375.00	10.00%	3711.19	10663.81	52426.47
1	7	7	14375.00	10.00%	3302.29	11072.71	41763.87	7	14375.00	10.00%	3276.65	11098.35	41328.13
0	8	7	0.00	0.00%	0.00	0.00	41763.87	7	0.00	0.00%	0.00	0.00	41328.13
0	9	7	0.00	0.00%	0.00	0.00	41763.87	7	0.00	0.00%	0.00	0.00	41328.13
1	10	10	14375.00	33.10%	10633.72	3741.28	38022.59	10	14375.00	30.00%	9537.26	4837.74	36490.38
1	11	11	14375.00	10.00%	3168.55	11206.45	26816.14	11	14375.00	10.00%	3040.87	11334.13	25156.25
1	12	12	14375.00	10.00%	2437.83	11937.17	14878.97	12	14375.00	10.00%	2286.93	12088.07	13068.18
1	13	13	14375.00	10.00%	1487.90	12887.10	1991.87	13	14375.00	10.00%	1306.82	13068.18	0.00
10			Rata CS	$(1+i)^{\Delta t}-1$	Int CC				Rata CS	$i^{\Delta t}$	Int CS		

Piani 4 di ammortamento: (CS/CC-CS)

I piani 4 verificano la condizione finale di chiusura soltanto se le quote interessi sono calcolate in CS. Tale situazione, in presenza di rate di ammortamento calcolate anch'esse in CS, porta a poter affermare che l'effetto "algoritmo di calcolo delle quote interessi" (presente distintamente nei piani 4, e, in maniera indistinguibile, nei piani 3) è stretta conseguenza della sola causa "adozione del regime della CS" e non già dell'altra causa "adozione del regime CC".

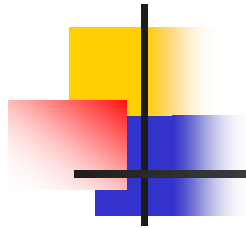
L'affermazione algebricamente corretta risulta: "nell'ammortamento di un prestito 'alla francese' stilato secondo le leggi del regime finanziario della capitalizzazione semplice, le quote interessi debbono essere necessariamente calcolate (con la prevista attualizzazione) secondo tale regime finanziario (CS/CS)".

Piani di ammortamento: (CC/) e (CS/)

Confrontando i piani 1, 2 stilati in CC con i piani 3, 4 stilati in CS e considerando le condizioni di chiusura con riferimento ai casi modificati, si può concludere che:

- in un piano di ammortamento 'alla francese', stilato secondo le leggi del regime finanziario della capitalizzazione composta, le quote interessi sono necessariamente calcolate in base a tale regime finanziario (CC/CC),*
- in un piano di ammortamento 'alla francese', stilato secondo le leggi del regime finanziario della capitalizzazione semplice, le quote interessi sono necessariamente calcolate, in termini attualizzati, in base a tale regime finanziario (CS/CS),*

Piani di ammortamento: (CC/) e (CS/)



- l'affermazione "in un piano di ammortamento alla francese stilato secondo le leggi del regime finanziario della capitalizzazione composta, le quote interessi sono calcolate in base al regime finanziario della capitalizzazione semplice (CC/CS)" è errata dal punto di vista algebrico e finanziario e sono quindi inconsistenti tutte le determinazioni e decisioni, che ne possono conseguire
- i soli piani di ammortamento algebricamente corretti sono: il piano 1:CC/CC (per la mancata chiusura del piano modificato 2:CC/CS) e il piano 3:CS/CS (per la mancata chiusura del piano modificato 4:CS/CC)



Piani di ammortamento: (CC/) e (CS/)

Piano 1 (CC/CC) e Piano 3 (CS/CS)

Piano di ammortamento in CC con quote interessi calcolate in CC

Piano di ammortamento in CS con quote interessi calcolate in CS

$$R = \frac{D_0}{a_{\overline{n}|i}} = \frac{D_0 i}{1 - (1 + i)^{-n}} = 14077.85 \quad R = \frac{D_0}{a_{\overline{n}|i}^{cs(n)}} = \frac{D_0(1 + in)}{n \left(1 + \frac{n-1}{2} i\right)} = 11057.69$$

$$TaxCC_k = (1 + i)^1 - 1 = i = 10\% \quad , \quad TaxCS_k = 1 \cdot i = i = 10\% \quad k = 1, 2, \dots, n$$

$$IntCC_k = DebCC_{k-1} i \quad IntCS_k = \frac{DebCS_{k-1} i}{1 + (n - k) i} \quad k = 1, 2, \dots, n$$

$$CapC\#_k = R - IntC\#_k \quad k = 1, 2, \dots, n$$

$$DebC\#_k = DebC\#_{k-1} - CapC\#_k \quad k = 1, 2, \dots, n$$

Piani di ammortamento: (CC/) e (CS/)

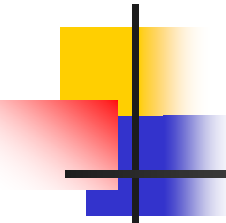
Piano 1 (CC/CC) e Piano 3 (CS/CS)

Piano di ammortamento in CC con quote interessi calcolate in CC

Piano di ammortamento in CS con quote interessi calcolate in CS

t	Rata CC	Tasso CC	Int CC	Capitale	Debito
0					100000.00
1	14077.85	10.00%	10000.00	4077.85	95922.15
2	14077.85	10.00%	9592.21	4485.64	91436.51
3	14077.85	10.00%	9143.65	4934.20	86502.31
4	14077.85	10.00%	8650.23	5427.62	81074.69
5	14077.85	10.00%	8107.47	5970.38	75104.30
6	14077.85	10.00%	7510.43	6567.42	68536.88
7	14077.85	10.00%	6853.69	7224.16	61312.72
8	14077.85	10.00%	6131.27	7946.58	53366.14
9	14077.85	10.00%	5336.61	8741.24	44624.90
10	14077.85	10.00%	4462.49	9615.36	35009.54
11	14077.85	10.00%	3500.95	10576.90	24432.64
12	14077.85	10.00%	2443.26	11634.59	12798.05
13	14077.85	10.00%	1279.80	12798.05	0.00
	Rata CC	$(1+i)^{(\Delta t)-1}$	Int CC		

t	Rata CS	Tasso CS	Int CS	Capitale	Debito
0					100000.00
1	11057.69	10.00%	4545.45	6512.24	93487.76
2	11057.69	10.00%	4451.80	6605.89	86881.87
3	11057.69	10.00%	4344.09	6713.60	80168.27
4	11057.69	10.00%	4219.38	6838.31	73329.96
5	11057.69	10.00%	4073.89	6983.81	66346.15
6	11057.69	10.00%	3902.71	7154.98	59191.18
7	11057.69	10.00%	3699.45	7358.24	51832.93
8	11057.69	10.00%	3455.53	7602.16	44230.77
9	11057.69	10.00%	3159.34	7898.35	36332.42
10	11057.69	10.00%	2794.80	8262.89	28069.53
11	11057.69	10.00%	2339.13	8718.57	19350.96
12	11057.69	10.00%	1759.18	9298.51	10052.45
13	11057.69	10.00%	1005.24	10052.45	0.00
	Rata CS	$i^{*}(\Delta t)$	Int CS		



Risposta al quesito: (CC/CS) # (CC/CC)?

Un piano di ammortamento "alla francese" stilato secondo le leggi del regime finanziario della capitalizzazione composta comporta conseguentemente e necessariamente che ANCHE le quote interessi siano calcolate in base a tale regime finanziario

Qualora si volesse che le quote interesse fossero calcolate in base al regime finanziario della capitalizzazione semplice, allora sarebbe necessario che il piano di ammortamento "alla francese" venisse stilato secondo le leggi di tale regime finanziario (CS/CS) cioè secondo gli algoritmi indicati con riferimento alla definizione della rata e al calcolo delle quote interesse in forma attualizzata.



Nota ironica (del Prof. ANNIBALI)

" affermare che

in un piano di ammortamento 'alla francese', effettuato nel regime finanziario della capitalizzazione composta, le quote interessi sono calcolate in capitalizzazione semplice

è algebricamente e finanziariamente sconcertante, al pari di come può risultare giuridicamente sconcertante per un giurista il sentir definire:

il negozio giuridico è una bottega con dentro un avvocato!"

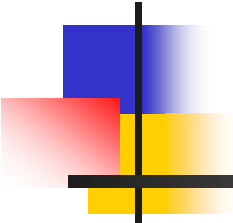


Riferimenti

Antonio Annibali

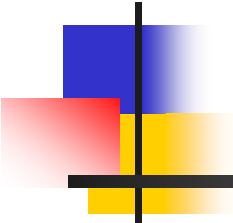
- *Professore ordinario fr di Matematica Finanziaria ed Attuariale – S.S.D. – S.S.D. Secs-S/06 (13/D4) – Facoltà di Economia – Dipartimento Dipartimento MEMOTEF (Metodi e modelli per l'economia, il territorio e territorio e la finanza) - Università degli Studi 'La Sapienza' di Roma Roma*
- *Attuario (Albo: 506)*
- *Sito: www.attuariale.eu*
- *Studio: 06-88327266*
- *Cell. 328-0340579*
- *E-mail: attuariale.eu@gmail.com , antonio.annibali@gmail.com*
- *PEC: antonio.annibali@legalmail.it*

Nel piano di ammortamento "alla francese" stilato in base al regime finanziario della capitalizzazione composta (CC) le quote interessi sono calcolate secondo il regime della capitalizzazione semplice (CS) oppure della capitalizzazione composta (CC)?



Una risposta scientifica al problema mediante una verifica numerica e una dimostrazione algebrica

*Antonio e Alessandro Annibali, Carla Barracchini, Francesco Olivieri
www.attuariale.eu*



Nel piano di ammortamento "alla francese" stilato in base al regime finanziario della capitalizzazione composta (CC) le quote interessi sono calcolate secondo il regime della capitalizzazione semplice (CS) oppure della capitalizzazione composta (CC)?

Nel piano di ammortamento "alla francese" stilato in base al regime finanziario della capitalizzazione composta (CC) le quote interessi sono calcolate secondo il regime della capitalizzazione composta (CC)!!

Antonio e Alessandro Annibali, Carla Barracchini, Francesco Olivieri
www.attuariale.eu